# Compléments autour de la Leçon 2

## 1 Des exercices ou exemples pour le secondaire

**Exercice 1 [Des ampoules]**

On dispose de 2 lots de 10 ampoules électriques chacun. Le premier contient 2 ampoules défectueuses, le second, 5.

1. On tire du premier lot simultanément 3 ampoules. Quelle est la probabilité que sur ces trois ampoules :
   (a) aucune ne soit défectueuse ?
   (b) une soit défectueuse ?
   (c) au moins une soit défectueuse ?
2. On tire une ampoule du premier lot et 2 du second. Quelle est la probabilité que sur ces trois ampoules, une soit défectueuse ?

**Exercice 2 [Réforme]**

Dans une entreprise, il y a 10% de cadres et 90% d'employés. Une enquête est effectuée sur la possibilité d'instaurer la journée continue. Il s'avère que 4 cadres sur 5 sont favorables au projet contre 2 employés sur 3.

1. Si l'on interroge une personne au hasard dans l'entreprise, quelle est la probabilité quelle soit favorable au projet ?
2. Si l'on interroge une personne opposée au projet, quelle est la probabilité que ce soit un employé ?

**Exercice 3 [La chance du débutant (et pourquoi pas dans la Leçon 29 (ex 33) ?)]**

Un débutant à un jeu effectue plusieurs parties successives. Pour la première partie, les probabilités de gagner ou perdre sont les mêmes. Pour les autres, on suppose que :

— si une partie est gagnée, la probabilité de gagner la suivante est 0,6 ;
— si une partie est perdue, la probabilité de perdre la suivante est 0,7.

Pour $n \in \mathbf{N}^*$, on note $p_n$ la probabilité de gain de la $n^{\text{e}}$ partie.

1. Montrer que $p_n = \frac{3}{7} + \frac{1}{14}\left(\frac{3}{10}\right)^{n-1}$ pour tout $n \in \mathbf{N}^*$.
2. Proposer une version guidée de l'exercice pour des élèves en précisant le(s) niveau(x) à laquelle il s'adresse.

**Exercice 4 [Let's make a deal]**

Le jeu télévisé *Let's Make a Deal* fut présenté de 1963 à 1977 sur NBC et ABC par Monty Hall. Typiquement, derrière trois portes fermées se trouvaient une voiture et deux chèvres. Le candidat désignait une des trois portes et le présentateur ouvrait une des deux autres, qu'il savait cacher une chèvre. Le candidat pouvait alors changer de porte ou conserver son choix initial. On peut imaginer trois stratégies différentes :

Stratégie 1 : conserver à chaque fois son choix initial ;
Stratégie 2 : décider selon le résultat du lancé d'une pièce si l'on change de choix ou non ;
Stratégie 3 : changer son choix à chaque fois.

1. Quelle est la meilleure stratégie ?
2. Proposer une version guidée de l'exercice pour des élèves en précisant le(s) niveau(x) à laquelle il s'adresse.

**Exercice 5 [Problème du chevalier de Méré]**

Le Chevalier de Méré (1607-1684), habitué des jeux, a comparé les deux paris suivants.

A Obtenir au moins un 6 en lançant quatre fois un dé.

B Obtenir au moins un double 6 en lançant vingt-quatre fois deux dés.

En jouant de nombreuses parties, il avait remarqué qu'il était plus fréquent de gagner le pari A que le pari B. D'autre part, il a proposé la démonstration suivante du fait que les deux paris ont autant de chance d'être gagnés :

*En lançant un dé, il y a 6 issues ; en lançant deux 2 dés, il y en a 36, soit 6 fois plus. Puisqu'il est avantageux de parier sur l'apparition d'un 6 en lançant le dé 4 fois de suite, il doit être avantageux de miser sur l'apparition d'un double-six en lançant un dé* $24 = 4 \times 6$ *fois de suite.*

De plus le chevalier pensait que chacun de ces deux paris avait plus de chances d'être gagné que perdu.

1. Calculer les probabilités de gain de chacun des deux paris et conclure quant aux affirmations du chevalier.
2. Proposer une version guidée de l'exercice pour des élèves en précisant le(s) niveau(x) à laquelle il s'adresse.

# 2 Une variante de la Formule des probabilités totales

**Exercice 6**

Soit $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ un espace probabilisé. Soient $B \in \mathcal{F}$ et $\{B_i\}_{i \in I} \subset \mathcal{F}$, avec $I$ au plus dénombrable et $\mathbf{P}[B_i] \neq 0$ pour tout $i \in I$, une partition de $B$.

Montrer que pour tout $A \in \mathcal{F}$, on a :

$$\mathbf{P}[A|B] = \sum_{i \in I} \mathbf{P}[A|B_i]\mathbf{P}[B_i|B].$$

# 3 Entraînement à l'écrit

Rédiger la solution de la Partie A du Problème n° 2 de l'Épreuve 1 de 2019.