

Contrôle Continu n° 2

Durée : 1h20

*L'usage de tout document ou dispositif électronique est interdit à l'exception de celui de la calculatrice **non** programmable. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Questions de cours :

1. À quelles conditions peut-on approcher (convenablement) une variable aléatoire de loi $\mathcal{B}in(n, p)$ par une variable aléatoire suivant une loi de Poisson d'un certain paramètre λ ? Donner l'expression λ en fonction des paramètres de la loi binomiale considérée.
2. Soit $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$. Donner $\mathbf{P}[X = k]$ pour $k \in \mathbf{N}$, $\mathbf{E}[X]$ et $\mathbf{V}[X]$.

Exercice 1 :

Dans une entreprise, il y a 10% de cadres et 90% d'employés. Une enquête est effectuée sur la possibilité d'instaurer la journée continue. Il s'avère que 4 cadres sur 5 sont favorables au projet contre 2 employés sur 3.

1. Si l'on interroge une personne au hasard dans l'entreprise, quelle est la probabilité qu'elle soit favorable au projet?
2. Si l'on interroge une personne opposée au projet, quelle est la probabilité que ce soit un employé?

Exercice 2 : Une personne, peu organisée, souhaite sortir un stylo rouge de sa trousse contenant 12 stylos dont 3 rouges. Pour cela elle en sort un au hasard. Si le stylo n'est pas rouge, elle l'y remet et recommence, sinon elle s'arrête. On note X le nombre d'essais qu'elle fera.

1. Quelle est la loi de X ? (justifier)
2. Combien d'essais peut-elle espérer faire?
3. Quelle est la probabilité pour qu'elle fasse au plus 3 essais?
4. Quelle est la probabilité pour qu'elle fasse au moins 3 essais?

Exercice 3 : Sur une chaîne de fabrication, on sait que 9% objets produits présentent un défaut. Ces produits sont commercialisés par lots de 10 et un lot ne peut être vendu que s'il contient (strictement) moins de 3 objets défectueux.

1. Déterminer la loi du nombre X d'objets défectueux dans un lot. (justifier)
2. Vérifier que la probabilité pour qu'un lot puisse être vendu est d'approximativement 0,94596.
3. Une semaine donnée, l'entreprise prévoit de fabriquer 100 lots. Quelle est la loi du nombre N de lots qui pourront être vendus cette semaine?
4. Combien de lots peut-elle espérer commercialiser cette semaine?
5. Quelle est la probabilité pour que l'entreprise puisse commercialiser tous les lots produits cette semaine?

Note : on supposera que les états (défectueux ou non) des objets produits sont indépendants les uns des autres.

Exercice 4 : Une entreprise compte 500 clients. Chaque jour, chacun de ces clients à 1% de chance d'appeler le standard téléphonique de l'entreprise. On note N le nombre de clients appelant ce standard un jour donné.

1. Déterminer la loi de N (justifier).
2. Par quelle loi peut-on approcher la loi de N ? (justifier) Donner son ou ses paramètres.
3. En utilisant le résultat de la question précédente, donner une valeur approchée de :
 - (a) la probabilité pour qu'aucun client n'appelle le standard,
 - (b) la probabilité pour qu'au moins trois clients appellent le standard.

Note : on supposera que les clients décident d'appeler ou non le standard indépendamment les uns des autres.