IUT Dijon-Auxerre
GEA 1ère année, 2017-2018, S1

Contrôle Continu n° 3

Durée : 1h25

L'usage de tout document ou dispositif électronique est interdit à l'exception de celui de la calculatrice **non** *programmable. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation. Le barème mentionné est indicatif et susceptible d'être modifié.*

Question de cours : (2 point)
Soit u, v deux fonctions dérivables. Donner l'expression des dérivées de $\frac{u}{v}$ et $\exp(u)$.

Exercice 1 : (6 points)
Une entreprise spécialisée dans la construction de bâteaux de plaisance, fabrique 3 types de coques C_1, C_2, C_3 à partir de 3 matières premières, qui sont l'aluminium R_1, la fibre de carbone R_2, l'acier R_3. La fabrication :
— d'une coque de type C_1 consomme 50 Kg de R_1, 20 Kg de R_2, 1000 Kg de R_3,
— d'une coque de type C_2 consomme 60 Kg de R_1, 30 Kg de R_2, 1000 Kg de R_3,
— d'une coque de type C_3 consomme 40 Kg de R_1, 50 Kg de R_2, 500 Kg de R_3.
On désigne un programme de production, et un vecteur de ressources consommées respectivement par

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ et } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

1. Écrire une relation matricielle liant X et Y.
2. Vérifier que l'inverse de la matrice mise en évidence dans 1 est :

$$\begin{pmatrix} -\frac{7}{50} & \frac{1}{25} & \frac{9}{1250} \\ \frac{4}{25} & -\frac{3}{50} & -\frac{17}{2500} \\ -\frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{3}{2500} \end{pmatrix}$$

3. Sachant que l'entreprise dispose d'un stock de ressources $Y = \begin{pmatrix} 2100 & 2000 & 35000 \end{pmatrix}^T$, déterminer, s'il existe, le programme de production X qui épuise exactement ce stock de ressources. Commenter.

Exercice 2 (3 points)
Résoudre dans $\mathbf{R}^2$ le système :

$$(\mathrm{S}) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2^x - 5^y = 0 \end{array} \right. .$$

Exercice 3 : (3 points) Soit f définie par :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 2x + 9}{x^2 - 1}.$$

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Calculer la dérivée de f.

Exercice 4 : (6 points)

Une entreprise fabrique un seul produit vendu 50€ l'unité. Les frais fixes de l'entreprise s'élèvent à 1200€ par jour. On note x le nombre d'unités produites quotidiennement. Le coût de la production de x unités en une journée est :

$$\frac{50}{1+3\ln(10)} x \ln(x).$$

1. Exprimer en fonction de la quantité produite $x > 0$, le bénéfice quotidien de l'entreprise. On notera $f(x)$ cette quantité.
2. Calculer la dérivée de la fonction f mise en évidence dans 1..
3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
4. Dresser le tableau de variation de f.
5. En déduire le nombre d'unités que doit produire, chaque jour, l'entreprise pour maximiser son bénéfice quotidien.