

Contrôle Continu n° 1

50 minutes

*L'usage de tout document est interdit. Le seul dispositif électronique autorisé est la calculatrice **non programmable**.*

NOM :	Prénom :	Groupe : TD 3
-------	----------	---------------

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 6$.

1. Calculer u_5 et u_{30} . **(2 points)**

2. Pour quelle valeur de n a-t-on $u_n = 160$? Justifier. **(2 points)**

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique telle que $u_6 = 112$ et $u_{14} = 56$.

1. Déterminer la raison r puis le terme initial u_0 de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. **(2,5 points)**

2. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle croissante ? Décroissante ? Justifier. **(1 point)**

Exercice 3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique telle que $u_2 = 686$ et $u_5 = -2$.

1. Déterminer la raison q puis le terme initial u_0 de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. **(2,5 points)**

2. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ admet-elle une limite ? (Justifier). Dans l'affirmative, déterminer cette limite. **(1 point)**

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de terme initial $u_0 = 3$ et de raison $q = 1,1$. On note :

$$S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

1. Calculer S_4 et S_{20} . **(2 points)**

2. Pour quelles valeurs de n a-t-on $u_n \geq 125$? (2 points)

Exercice 5

Soit $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ la suite telle que $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbf{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{3 - u_n^2}{2u_n}.$$

1. Pour $n \in \mathbf{N}$, exprimer $u_{n+1}^2 - 3$ en fonction de u_n . En déduire que $u_n^2 \geq 3$, pour tout $n \in \mathbf{N}$. (1 point)

2. Vérifier que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 3}{2u_n}$. (0,5 point)

3. En déduire, par récurrence sur n , que $u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. (1 point)



4. Déduire des questions 1. et 3. que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n \geq \sqrt{3}$. **(0,5 point)**



5. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est décroissante. **(1 point)**



6. Pourquoi peut-on affirmer que $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est convergente ? Déterminer sa limite. **(1 point)**

