DUT GEA 1^{e} année
Mathématiques financières, S2
Année universitaire 2018/2019

Contrôle Continu nº 1

50 minutes

L'usage de tout document est interdit. Le seul dispositif électronique autorisé est la calculatrice **non programmable**.

NOM :	Prénom :	Groupe : TD 3

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 117$ et de raison $r = -3$.

1. Calculer u_4 et u_{35}. **(2 points)**

2. Pour quelle valeur de n a-t-on $u_n = 54$? Justifier. **(2 points)**

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite arithmétique telle que $u_6 = 224$ et $u_{14} = 112$.

1. Déterminer la raison r puis le terme initial u_0 de $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$. **(2,5 points)**

2. La suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est-elle croissante ? Décroissante ? Justifier. **(1 point)**

Exercice 3

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite géométrique telle que $u_2 = -2$ et $u_5 = 686$.

1. Déterminer la raison q puis le terme initial u_0 de $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$. **(2,5 points)**

2. La suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ admet-elle une limite ? (Justifier). Dans l'affirmative, déterminer cette limite. **(1 point)**

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite géométrique de terme initial $u_0 = 5$ et de raison $q = 0,9$. On note :

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n.$$

1. Calculer S_3 et S_{25}. **(2 points)**

2. Pour quelles valeurs de n a-t-on $u_n \geq 0,1$? **(2 points)**

Exercice 5

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite telle que $u_0 = 6$ et, pour tout $n \in \mathbf{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{6 - u_n^2}{2u_n}.$$

1. Pour $n \in \mathbf{N}$, exprimer $u_{n+1}^2 - 6$ en fonction de u_n. En déduire que $u_n^2 \geq 6$, pour tout $n \in \mathbf{N}$. **(1 point)**

2. Vérifier que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n^2+6}{2u_n}$. **(0,5 point)**

3. En déduire, par récurrence sur n, que $u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. **(1 point)**

4. Déduire des questions 1. et 3. que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n \geq \sqrt{6}$. **(0,5 point)**

5. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est décroissante. **(1 point)**

6. Pourquoi peut-on affirmer que $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est convergente ? Déterminer sa limite. **(1 point)**