IUT Dijon-Auxerre
GEA 1ère année, 2018-2019, S2

Contrôle Continu n° 2

Durée : 1h25

L'usage de tout document ou dispositif électronique est interdit à l'exception de celui de la calculatrice **non** *programmable. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Question de cours :

À quelles conditions peut-on approcher (convenablement) une variable aléatoire de loi $\mathscr{B}in(n,p)$ par une variable aléatoire suivant une loi de Poisson d'un certain paramètre λ ? Donner l'expression λ en fonction des paramètres de la loi binomiale considérée.

Exercice 1 :

On dispose de 2 lots de 10 ampoules électriques chacun. Le premier contient 2 ampoules défectueuses, le second, 5.

On tire une ampoule du premier lot et 2 du second.

Quelle est la probabilité que sur ces trois ampoules, exactement une soit défectueuse ?

Exercice 2 :

Une compagnie d'assurance a réparti ses assurés en trois catégories : conducteurs à faible risque, risque moyen, haut risque. Une étude a montré que pour ces catégories les probabilités de sinistre sur une période d'un an sont respectivement $0,5\%$, 12% et 48%. On sait que 25% des conducteurs sont à faible risque et 50% à risque moyen. On choisit au hasard un assuré de la compagnie.

1. Sachant qu'il a eu un accident dans l'année, quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse d'un conducteur à haut risque ?
2. Sachant qu'il n'a pas eu d'accident dans l'année, quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse d'un conducteur à faible risque ?

Exercice 3 :

Un voyageur fraude systématiquement en empruntant le train. Il réalise 10 voyages par semaine. Le billet est vendu 20 euros l'unité et, en cas de non présentation du billet lors d'un contrôle, la contravention est de 90 euros. Une proportion p des trains est contrôlée. Le choix des trains contrôlés est fait aléatoirement et indépendamment.

1. On note N le nombre de contraventions que le voyageur reçoit en une semaine. Quelle est la loi de N ? (justifier)
2. Déterminer pour quelles valeurs de p le voyageur peut espérer être gagnant en fraudant systématiquement.
3. Si $1/3$ des trains sont contrôlés, avec quelle probabilité le voyageur recevra-t-il au moins une contravention ?
4. On suppose que 40% des trains sont controlés. On note X le numéro du trajet durant lequel le voyageur reçoit sa première contravention de la semaine.
   (a) Quelle est la loi de X ? (Justifier).
   (b) Quelle est la probabilité pour que le voyageur reçoive une seule contravention durant la semaine et ce lors de son dernier trajet ?

Exercice 4 :

On a observé sur une ligne aérienne qu'en moyenne 5% des clients ayant acheté un billet ne se présentent pas au départ. Les avions utilisés sur cette ligne ont 98 places. Pour chaque vol, on délivre 100 billets. Quelle est le risque qu'il n'y ait pas de place pour tous les passagers se présentant au départ ?

Exercice 5 :

Le standard téléphonique d'une entreprise compte deux plateformes. La plateforme A est dédiée au souscriptions de contrats et la plateforme B au service après vente. Le nombre d'appels reçus par heure par chacune de ces plateforme est distribué selon une loi de Poisson de paramètres respectifs $\lambda_A = 10$ pour la plateforme A et $\lambda_B = 3$ pour la plateforme B.

1. Quelle est la probabilité pour qu'en une heure aucun client n'appelle le service après vente ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'en une heure au moins 4 personnes appellent pour souscrire un contrat ?
3. On note T le nombre total d'appels reçus par le standard en une heure. Quelle est la loi de T ?
4. Quel est le nombre moyen d'appels reçus par le standard en une heure ?
5. Quelle est la probabilité pour qu'en une heure aucun appel ne soit reçu par le standard (plateforme A ou B) ?

Note : on supposera que les clients décident d'appeler ou non le standard indépendamment les uns des autres ; en particulier, le nombre d'appels reçus par la plateforme A est indépendant du nombre d'appels reçus par la plateforme B.

Rappel : on rappelle que si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes telles que $X_1 \sim \mathscr{P}(\lambda_1)$ et $X_2 \sim \mathscr{P}(\lambda_2)$, alors $X_1 + X_2 \sim \mathscr{P}(\lambda_1 + \lambda_2)$.