

Contrôle Continu n° 1

1 heure

Toutes les réponses doivent être justifiées. Pour les calculs de produits matriciels, détailler au moins le calcul d'un coefficient par matrice.

NOM :	Prénom :	Groupe :
-------	----------	----------

Exercice 1 (6 points)

Soient les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

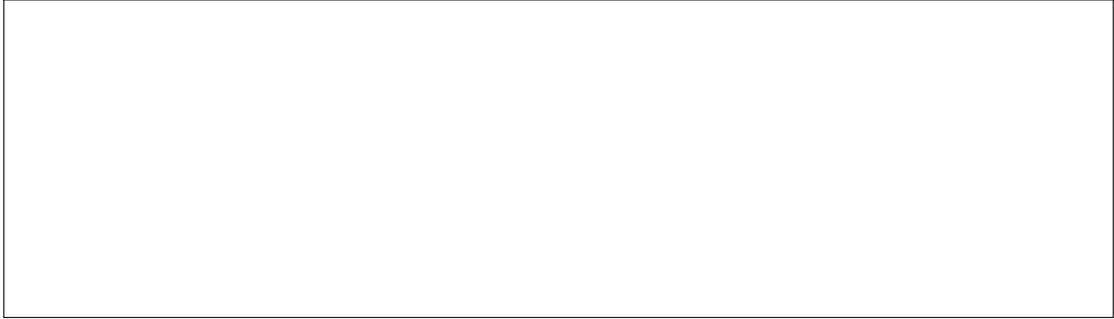
1. Pour chacune des opérations suivantes, indiquer si elle est bien définie (en justifiant) et dans l'affirmative effectuer le calcul. **(5 points)**

(a) AB

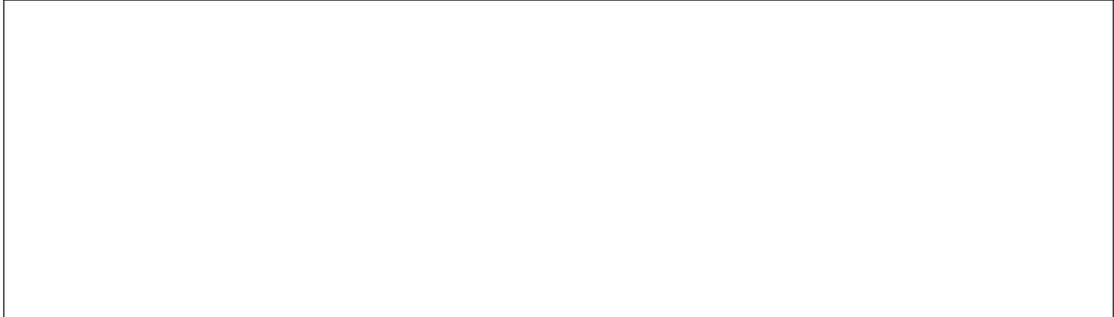
(b) BA

(c) CB

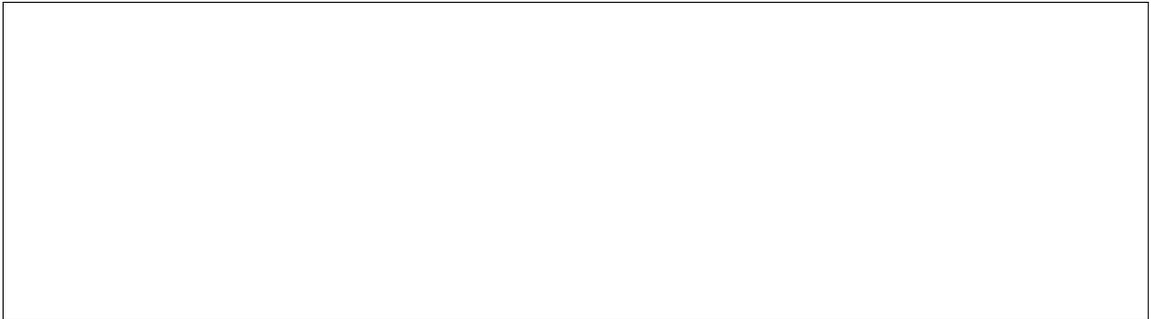
(d) $2C - B$



(e) CD



2. Justifier que la matrice C est inversible et déterminer son inverse C^{-1} . **(1 point)**

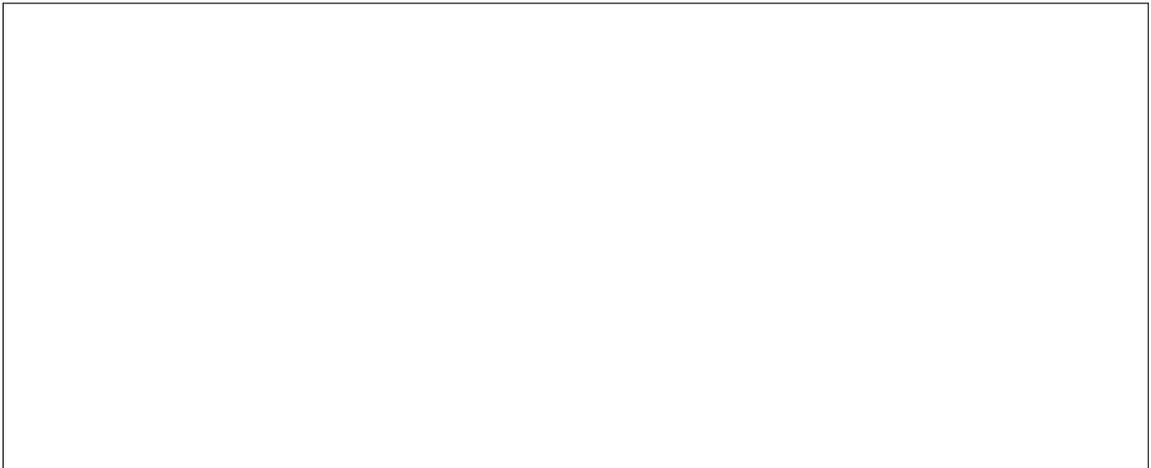


Exercice 2 (8 points)

Considérons le système :

$$(S) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 45 \\ x_1 + 5x_2 = 85 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 35 \end{cases} .$$

1. Donner l'écriture matricielle de (S). **(1 point)**



2. Résoudre le système (S). (7 points)



Exercice 3 (7 points)

Une entreprise fabrique deux produits P_1 et P_2 à partir de deux matières premières M_1 et M_2 .

La réalisation d'une unité de P_1 nécessite 5 unités de M_1 et 2 de M_2 .

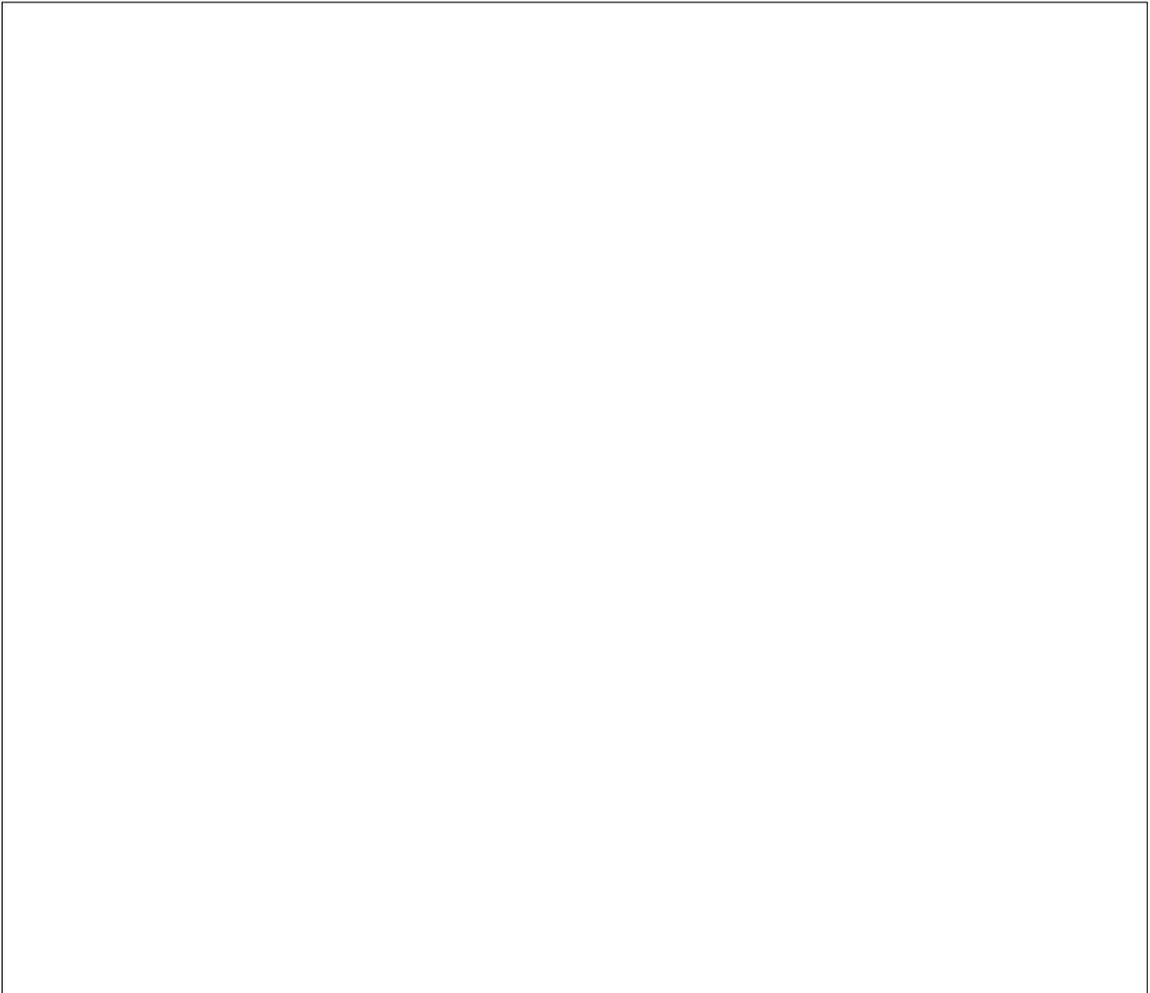
La réalisation d'une unité de P_2 nécessite 3 unités de M_1 et 3 de M_2 .

Pour $i = 1, 2$, on note x_i le nombre de P_i produits. Pour $i = 1, 2$, on note y_i le nombre d'unités de M_i consommées.

Finalement, on pose :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

1. Mettre en équations ce problème et écrire une relation matricielle de la forme $AX = Y$ reliant X et Y .
(2 points)



2. De quelles ressources aura-t-on besoin pour produire 5 unités de P_1 , 9 unités de P_2 ?
(1 point)

3. Soit A la matrice mise en évidence dans 1 et soit

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Calculer le produit AB (1 point)

4. En déduire l'inverse A^{-1} de A (Justifier). (1 point)

5. Une semaine donnée, on dispose de 71 unités de M_1 et de 50 unités de M_2 . Déterminer, s'il existe, un programme épuisant ces ressources. (1 point)

6. Une semaine donnée, on dispose de 94 unités de M_1 et de 34 unités de M_2 . Déterminer, s'il existe, un programme épuisant ces ressources. (1 point)

