

Contrôle Continu n° 2

1 heure 15 minutes

Toutes les réponses doivent être justifiées et les calculs détaillés.

Exercice 1 (3 points)

Résoudre dans \mathbf{R} l'équation :

$$2 \ln(x - 5) + \ln(x + 5) = \ln(2x^2 - 50).$$

Exercice 2 (6 points)

Déterminer la dérivée des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \ln(x^4 - 3x^2), \quad g(x) = (4x^2 + 2)e^x \quad \text{et} \quad h(x) = (5x^2 + 2x)f(x) = (5x^2 + 2x)\ln(x^4 - 3x^2).$$

Exercice 3 (6 points)

Dresser les tableaux de variation des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 8x + 16} \quad \text{et} \quad g(x) = \exp(x^3 - 2x^2 + 3x - 4).$$

Exercice 4 (6 points)

Une entreprise fabrique un seul produit vendu 30€ l'unité. Les frais fixes de l'entreprise s'élèvent à 800€ par jour. On note x le nombre d'unités produites quotidiennement. Le coût de la production de x unités en une journée est :

$$\frac{30}{1 + \ln(750)} x \ln(x).$$

1. Sachant que la demande sera suffisante pour vendre l'intégralité des produits fabriqués, exprimer en fonction de la quantité produite $x > 0$, le bénéfice quotidien $b(x)$ de l'entreprise.
2. Calculer la dérivée de la fonction b mise en évidence dans 1..
3. Résoudre l'équation $b'(x) = 0$.
4. Dresser le tableau de variation de b .
5. En déduire le nombre d'unités que doit produire, chaque jour, l'entreprise pour maximiser son bénéfice quotidien. Quel sera alors le bénéfice quotidien de cette entreprise ?

Note : *Il convient de faire attention au fait que $\ln(750) \simeq 6,6201$ est une constante.*