

Contrôle groupé de Mathématiques

Lundi 14 décembre 2015

Durée : 1h20

L'usage de tout document ou dispositif électronique est interdit à l'exception de celui de la calculatrice **non** programmable. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1

Un joueur dispose de N paquets de 52 cartes. Il tire (uniformément et indépendamment) au hasard une carte dans chaque paquet et regarde s'il s'agit d'un trèfle ou non. Il a réalisé un grand nombre de fois cette série de N tirages et affirme qu'en moyenne il obtient 2 trèfles par série de N tirages.

1. Déterminer la loi du nombre X de trèfles tirés en une série de N tirages et le nombre N de paquets de cartes dont il dispose.
2. (a) Quelle est la probabilité pour qu'il obtienne au moins un trèfle lors d'une série de N tirages?
(b) Quelle est la probabilité pour qu'il n'obtienne que des trèfles lors d'une série de N tirages?

Dans tout ce qui suit utilisez la méthode d'interpolation si nécessaire

Exercice 2

On a vérifié que le quotient intellectuel de conscrits se distribue selon une loi normale de paramètres 0,9 et 0,4.

1. Sur un contingent de 1000 conscrits, combien y aura-t-il :
 - (a) de Q.I. compris entre 0,8 et 1,3?
 - (b) de Q.I. extérieur à l'intervalle $[0,5; 1,3]$?
2. Les conscrits étant classés par Q.I. décroissants, on oriente ceux du premier décile vers les E.O.R. et on réforme ceux des deux derniers déciles. Quel est le Q.I. limite :
 - (a) pour aller aux E.O.R.?
 - (b) pour être réformé?

Question de cours

Soient X_1, X_2, \dots, X_k , k variables aléatoires normales indépendantes deux à deux. Soient $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, k nombres réels. On pose $Y = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k$. Quelle est la loi de Y ? Exprimer son espérance mathématique $E(Y)$ et sa variance $V(Y)$.

Exercice 3

Le temps en minutes de fabrication d'un bien par un ouvrier est représenté par une variable aléatoire normale X .

On considère deux ouvrier A et B travaillant indépendamment l'un de l'autre.

- Pour A , on a : $X_A : N(60, 6)$.
- Pour B , on a : $X_B : N(45, 8)$.

1. Calculer $P(X_A < 69)$, $P(X_A > 75)$, $P(X_A < 45)$, $P(45 < X_A < 50)$.
2. Calculer $P(X_B < 60)$ et $P(X_B > 40)$.
3. On pose $Y = X_A - X_B$.
 - (a) Calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.
 - (b) En déduire la loi de Y .
 - (c) Si A et B commencent leur travail au même instant, quelle est la probabilité que A termine avant B la première unité produite?